

# *Absztrakt Fourier-sorok és Rendszerelmélet*

**Dózsa T., Soumelidis A., Bokor J., Szabó Z.**

HUN-REN Számítástechnikai és Automatizálási Intézet (SZTAKI)  
Rendszer és Irányításelméleti Kutatólaboratórium



Analízis és alkalmazásai Workshop – 40 éves a Numerikus  
Analízis Tanszék  
2024 Október 17–18, Visegrád



A SZTAKI-SCL  
kutatói témái

Dinamikai  
rendszerek

Közös eredmények

Oktatás

További  
együtműködés

Aktuális kutatási  
területek

Összefoglalás

Az előadást ajánljuk

Schipp Ferenc Professor Úrnak 85.,

Simon Péter Professor Úrnak 75.,

Szili László Professor Úrnak 65.,

Weisz Ferenc Professor Úrnak 60.,

és A Numerikus Analízis Tanszéknek 40. születésnapja alkalmából.



# Tartalomjegyzék

A SZTAKI-SCL  
kutatási témái

Dinamikai  
rendszerek

Közös eredmények

Oktatás

További  
együttműködés

Aktuális kutatási  
területek

Összefoglalás

- 1 *A SZTAKI-SCL kutatási témái*
- 2 *Dinamikai rendszerek*
- 3 *Közös eredmények*
- 4 *Oktatás*
- 5 *További együttműködés*
- 6 *Aktuális kutatási területek*
- 7 *Összefoglalás*



## A Rendszer és Irányításelméleti Kutatólaboratórium tevékenységei:



a HUN-REN Számítástechnikai és Automatizálási  
Kutatóintézet egyik részlege



← szoros kapcsolat: →

### Kutatás

- Rendszerelmélet
- Irányításelmélet
- Jelfeldolgozás
- Rendszeridentifikáció

### Fejlesztés

- Érzékelés, mérés
- Hiba detektálás
- Irányítási rendszerek
- Élettartam becslés

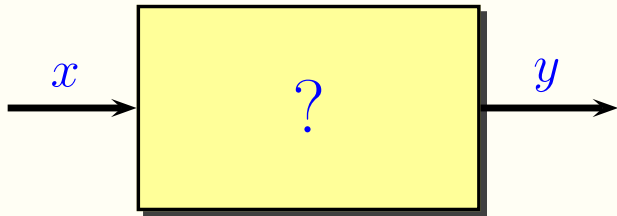
### R&D feladatok:

- Atomerőművek irányítási rendszerei,
- Légi járműirányítás,
- Autonóm földi járművek.



Fókuszban a rendszerek modellezése és identifikációja

Célok:



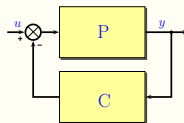
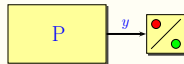
Meghatározni a rendszer **absztrakt matematikai modelljét**, hogy ennek ismeretében

- elemezhetjük a rendszer viselkedését,
- meghatározhatjuk az elvárt kimenetet ismert bemeneti jelek mellett,
- irányíthatjuk a kimenetet a bemeneti jelek megfelelő választásával.



## A rendszermodellek és identifikáció gyakorlati alkalmazásai:

- Döntéshozatal
  - Események felismerése
  - Megváltozások felismerése
  - Hibák felismerése
  - Hibák jellemzése
- A rendszer irányítása
  - Offline (soros) irányítás
  - Visszacsatolt irányítás



A detektálási vagy irányítási feladatok megoldása több absztrakciós szinten megfogalmazott matematikai rendszer modell család bevezetését igényli. Ezek közül kiemelten fontos:

- Lineáris időinvariáns (LTI) rendszerek.



# Diszkrét idejű LTI rendszerek

A SZTAKI-SCL  
kutatói témái

Dinamikai  
rendszerek

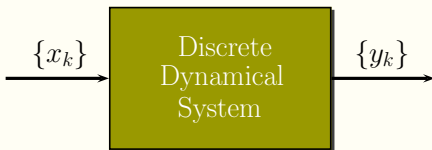
Közös eredmények

Oktatás

További  
együtműködés

Aktuális kutatási  
területek

Összefoglalás



$\{x_k\}$  és  $\{y_k\}$   
( $k = 0, 1, 2, \dots$ )  
számsorozatok

$$\mathfrak{D} : \{x_k\} \rightarrow \{y_k\}$$

Egy diszkrét idejű LTI rendszer matematikai modellje:

$$\mathbf{y} = \mathbf{r} * \mathbf{x},$$

ahol  $\mathbf{r}$  az *impulzus válasz*. Kauzalitást és BIBO stabilitást

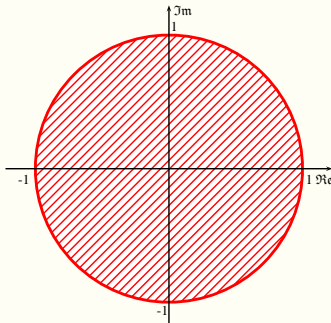
feltételezve, mindkét oldal  $\mathcal{Z}$ -transzformáltját véve kapjuk

$$\mathcal{Z}\mathbf{y} = \mathcal{Z}(\mathbf{r} * \mathbf{x}) \iff Y(z) = R(z)x(z),$$

ahol  $R \in H_\infty(\mathbb{D})$  egy racionális *átviteli függvény*.



## Diszkrét idejű LTI rendszerek stabilitása:



Stabil rendszerek tulajdonságai:

- $R(z)$  pólusai az egységkörön kívül.
- $R(z)$  analitikus az egységkörön belül.
- $R(z)$  a  $H^p(\mathbb{D})$  Hardy-tér eleme.

$L^2(\mathbb{R})$ -beli függvények diszkrét mintavételezéséből  $\ell^2$ -beli sorozatokat nyerünk — Ezek  $\mathcal{Z}$ -transzformáltjai  $H_2(\mathbb{D})$ -be esnek.

A Hardy-terek elmélete hatékonyan alkalmazható diszkrét idejű LTI rendszerek leírására.





## $H^p(\mathbb{D})$ -beli jelek és rendszerek leírása

A SZTAKI-SCL  
kutatási témái

Dinamikai  
rendszerek

Közös eredmények

Oktatás

További  
együtműködés

Aktuális kutatási  
területek

Összefoglalás

A 90-es évektől kezdve sikeres együttműködés Schipp Ferenc  
Professzor Úrral többek között az alábbi területeken:

- $H_2(\mathbb{D})$ -beli approximáció ortogonális bázisokkal.
- Approximációs eljárások kiterjesztése  $H_\infty(\mathbb{D})$  problémákra — robosztus identifikációs és irányítási feladatok megoldásához.
- $H_2(\mathbb{D})$  "hiperbolikus" Waveletek konstruálása és alkalmazása.
- Jelek és rendszerek leírása hiperbolikus geometriai eszközökkel.
- Hiperbolikus identifikációs algoritmusok.





## Néhány közös publikáció:

- Schipp, Ferenc, L. Gianone, József Bokor, and Zoltán Szabó. "Identification in generalized orthogonal basis-a frequency domain approach." IFAC Proceedings Volumes 29, no. 1 (1996): 4315-4320.
- Gianone, László, József Bokor, and Ferenc Schipp. "Approximate  $H_\infty$  identification using partial sum operators in a disc algebra basis." IEEE transactions on automatic control 43, no. 8 (1998): 1117-1122.
- Szabó, Zoltán, József Bokor, and Ferenc Schipp. "Identification of rational approximate models in  $H_\infty$  using generalized orthonormal basis." IEEE Transactions on Automatic Control 44, no. 1 (1999): 153-158.
- Soumelidis, Alexandros, József Bokor, and Ferenc Schipp. "Identification of system poles using hyperbolic metrics." (2013): 53-57.
- Szabó, Zoltán, József Bokor, and Ferenc Schipp. "Blending for  $H_\infty$  performance: a group theoretic approach." IFAC-PapersOnLine 48, no. 14 (2015): 186-191.
- Soumelidis, Alexandros, József Bokor, Ferenc Schipp, and Zoltán Szabó. "Hyperbolic geometrical approach to model reduction." IFAC-PapersOnLine 50, no. 1 (2017): 12905-12910.
- Dózsa, Tamás, Mátyás Szabari, Alexandros Soumelidis, and Péter Kovács. "Pole identification using discrete Laguerre expansion and variable projection." IFAC-PapersOnLine 56, no. 2 (2023): 3994-3999.
- Dózsa, Tamás, Ferenc Schipp, and Alexandros Soumelidis. "On Bernoulli's Method." SIAM Journal on Numerical Analysis 62, no. 3 (2024): 1259-1277.



## Oktatás az ELTE-IK-n:

- 2020-2022: Rendszer és Irányításelmélet (Autonómrendszer-informatikus mesterszak)

## ELTE-SZTAKI közösen témavezetett PhD fokozatok:

### Korábbi PhD fokozatok:

- Dr. Gianone László (1996, Témavezetők: Prof. Bokor József, Prof. Schipp Ferenc)
- Dr. Szabó Zoltán, DSc. (2001, Témavezető: Prof. Schipp Ferenc)
- Dr. Habil. Soumelidis Alexandros (Témavezetők: Prof. Bokor József, Prof. Schipp Ferenc)

### Folyamatban:

- Dózsa Tamás (2020-, Témavezetők: Dr. Habil. Kovács Péter, Dr. Habil. Soumelidis Alexandros)
- Szabari Mátyás Márton (2022-, Témavezetők: Dr. Habil. Kovács Péter, Dr. Habil. Soumelidis Alexandros)
- Ungvári Gergő (2024-, , Témavezető: Dr. Habil. Kovács Péter)



A SZTAKI-SCL  
kutatói témái

Dinamikai  
rendszerek

Közös eredmények

Oktatás

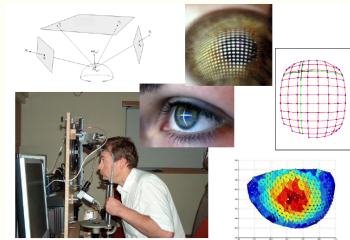
További  
együtműködés

Aktuális kutatási  
területek

Összefoglalás

Dinamikai rendszerek modellezésétől független együttműködés:

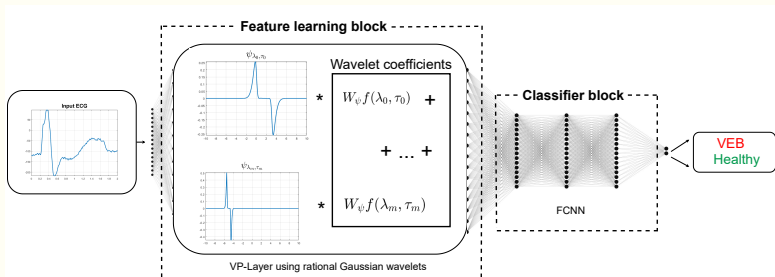
- Nemzeti Kutatási és Fejlesztési Programok (NKFP) Információs és Kommunikációs Technológiák Alprogram, 2/020/2004 sz. pályázat, „A szaruhártya új, nagy pontosságú, a klinikai szemészeti gyakorlatban alkalmazható topográfiai vizsgálati módszereinek kidolgozása”.





## Feladatok:

- Nem parametrikus módszerek LTI rendszerek átviteli függvényeinek meghatározásához.
- Jelek adaptív ortogonális transzformációkkal történő reprezentációja (hibadetektálás, környezetfelismerés).
- Nemlineáris rendszerek identifikációja.





A Numerikus Analízis Tanszékkel való együttműködés folytatása és megerősítése:

- Közös szabadalom benyújtása (ELTE, SZTAKI, MFA).
- Közös pályázatok benyújtása (pl. HUN-REN kutatócsoport pályázat).
- PhD hallgatók SZTAKI-ban történő alkalmazása, kutatási témák összehangolása (Szabari Mátyás, Ungvári Gergő).
- Szoros együttműködés a Modellalkotó Laborral → hallgatók SZTAKI-s témákba való bevonása, hozzáférés biztosítása a SZTAKI-s informatikai infrastruktúrához.



# Összefoglalás

A SZTAKI-SCL  
kutatói témái

Dinamikai  
rendszerek

Közös eredmények

Oktatás

További  
együttműködés

Aktuális kutatási  
területek

Összefoglalás

A Numerikus Analízis Tanszék 40, a SZTAKI-SCL-el való együttműködése közel 30 éves. Bízva a további közös sikerekben, boldog születésnapot kívánunk a Tanszéknek és az Ünnepeleknek!