

# Diadikus és harmonikus analízis

Weisz Ferenc

Eötvös Loránd Tudományegyetem, IK, Numerikus Analízis Tanszék

*Analízis és Alkalmazásai, 40 éves a Numerikus Analízis Tanszék  
Visegrád, 2024. október 17, 2024*

- Walsh, J.L.: A closed set of normal orthogonal functions. Amer. J. Math. 45(1923),5-24.
- Walsh bevezetett egy, azóta róla elnevezett rendszert, amely a trigonometrikus rendszer digitális változatának tekinthető. A Walsh-függvények csak az 1, -1 értékeket veszik fel, és az előjelváltások száma megegyezik a trigonometrikus rendszerével.
- Paley R.E.A.C.: A remarkable system of orthogonal functions. Proc. London Math. Soc. 34 (1932), 241-279.
- Fine, N.J.: On the Walsh function. Trans. Amer. Math. Soc. 65 (1949), 372-414.
- Schipp, F.: Über gewissen Maximaloperatoren. Ann. Univ. Sci. Budapest. Sect. Math. 18 (1975) 189–195.

## Trigonometrikus rendszer:

$$w_n(x) := e^{2\pi \imath n x} \quad (x \in [0, 1], n \in \mathbb{Z}).$$

Minden  $x \in [0, 1)$  pont felírható

$$x = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x_k}{2^{k+1}}, \quad 0 \leq x_k < 2, \quad x_k \in \mathbb{N}.$$

Diadikus racionális számoknál legyen  $\lim_{k \rightarrow \infty} x_k = 0$ .

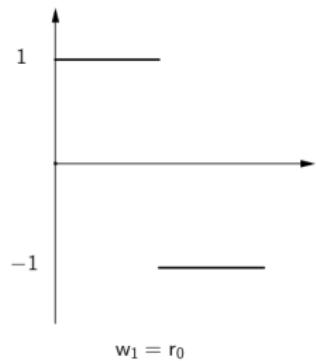
Rademacher függvények:  $r_k(x) := (-1)^{x_k}$ . Walsh függvények:

$$w_n := \prod_{k=0}^{\infty} r_k^{n_k},$$

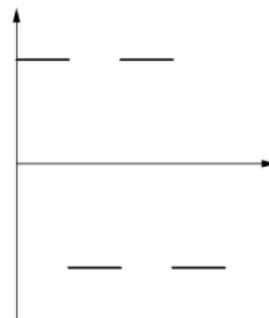
ahol  $n = \sum_{k=0}^{\infty} n_k 2^k$ ,  $(0 \leq n_k < 2)$ .

$$\widehat{f}(n) := \int_0^1 f w_n d\lambda,$$

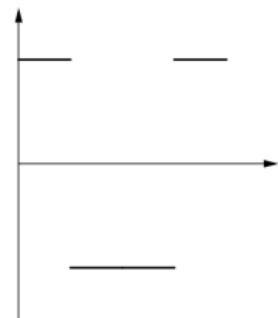
$$s_n f := \sum_{k=0}^{n-1} \widehat{f}(k) w_k \quad (n \in \mathbb{N}).$$



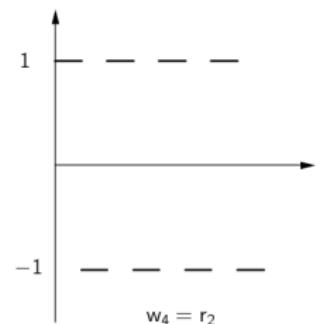
$$w_1 = r_0$$



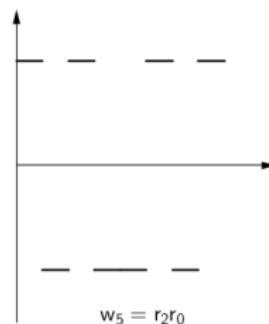
$$w_2 = r_1$$



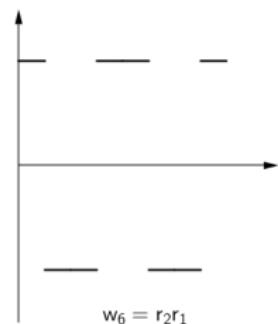
$$w_3 = r_1 r_0$$



$$w_4 = r_2$$



$$w_5 = r_2 r_0$$



$$w_6 = r_2 r_1$$

Figure: Walsh system.

- Schipp Ferenc
- P. L. Butzer and H. J. Wagner: diadikus derivált
- Simon Péter
- Fridli Sándor
- Pál Jenő
- William Wade (Knoxville)
- NSF – MTA együttműködés, 1985-1990
- Schipp, F., Wade, W. R., Simon, P., Pál, J.: Walsh series: An introduction to dyadic harmonic analysis. Akadémiai Kiadó, Budapest and Adam Hilger, Bristol and New York (1990)
- Móricz Ferenc (Szeged)
- B. Golubov, V. Skvortsov (Oroszország)
- Franz Pichler (Linz)
- Radomir Stankovic (Nis)
- Zbigniew Ciesielski (Sopot)

- Weisz Ferenc
- martingálelmélet
- Peter Imkeller (Berlin), Yuliya Mishura (Kijev)
- Hardy-terek, függvényterek
- többváltozós Walsh-Fourier sorok
- több-paraméterű martingálok
- F. Weisz: Martingale Hardy Spaces and Their Applications in Fourier Analysis. Lecture Notes in Math. vol. 1568, Berlin, Heidelberg, New York: Springer, Berlin 1994, 217 pp.
- F. Weisz: Summability of Multi-Dimensional Fourier Series and Hardy Spaces. Mathematics and Its Applications. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, Boston, London. 2002, 350 pp.
- Yong Jiao (Changsha)
- Dejian Zhou (Changsha)
- Guangheng Xie (Beijing)
- Dachun Yang (Beijing)
- Zhiwei Hao (Xiangtan)

- Vilenkin rendszerek
- Vilenkin N. Ya.: A class of complete orthonormal series. Akad. Nauk SSSR, Ser. Mat. 11 (1947), 363-400.
- Simon Péter
- Pál Jenő
- Fridli Sándor
- Weisz Ferenc
- Gát György
- Toledo Rodolfo
- Nagy Károly
- Blahota István
- Ushangi Goginava (Szaúd Arábia)
- George Tephnadze (Tbilisi)
- Lars-Erik Persson (Norvégia-Svédország)
- L.E. Persson and G. Tephnadze and F. Weisz: Martingale Hardy Spaces and Summability of One-Dimensional Vilenkin-Fourier Series. Springer, Birkhäuser, Basel. 2022, 633 pp.

- Fourier-analízis, szummációelmélet
- egy- és több-változós
- F. Weisz: Convergence and Summability of Fourier Transforms and Hardy Spaces. Applied and Numerical Harmonic Analysis. Springer, Birkhäuser, Basel. 2017, 446 pp.
- F. Weisz: Lebesgue Points and Summability of Higher Dimensional Fourier Series. Applied and Numerical Harmonic Analysis. Springer, Birkhäuser, Basel. 2021, 303 pp.
- Sergey Tikhonov (Barcelona)
- Erlan Nursultanov (Kazakhstan)

- approximáció-elmélet
- Jacobi-Fourier sorok
- Schipp Ferenc
- Szili László
- Szabados János (Rényi Intézet)
- Vértesi Péter (Rényi Intézet)

- waveletek
- Gábor-analízis
- Weisz Ferenc
- Hans Feichtinger (Bécs)
- Karlheinz Gröchenig (Bécs)
- Jel- és képfeldolgozás